

بنك تمارين

الرياضيات في الطور المتوسط

من تأليف الأساتذة :

فرقوس عبدالحق
بوجلال محمد
هامل حسين
...

عفيصة سايح
حسين صيد
...
...

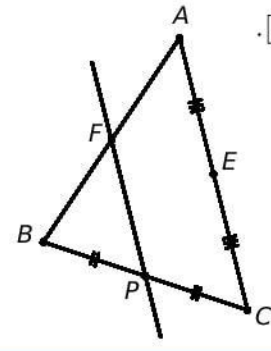
(نسخة تجريبية) 072020 – v00

الجزء الثاني:

أنشطة هندسية

التمرين رقم 1


الحل موجود في الصفحة 16



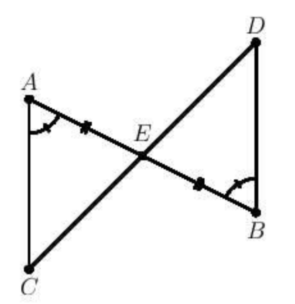
تأمل في الشكل المقابل الذي فيه $AC = 5\,\text{cm}$ ، E منتصف $[AC]$ و P منتصف $[BC]$.

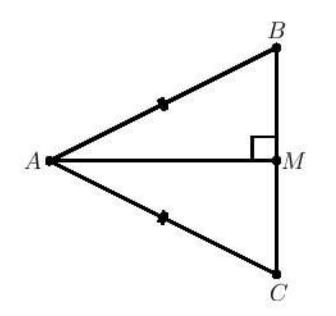
1. برهن أن $(EP)\,//\,(AB)$.
2. المستقيم الذي يشمل P و يوازي (AC) ، يقطع $[AB]$ في النقطة F.
   (ا) برهن أن F منتصف $[AB]$.
   (ب) احسب الطول FP.

التمرين رقم 2

الحل موجود في الصفحة 16

1. بيِّن أنّ المثلثين AMB و AMC متقايسان.
2. (ا) اشرح لماذا $\widehat{AEC} = \widehat{BED}$.
   (ب) بيِّن أنّ المثلثين AEC و BED متقايسان.

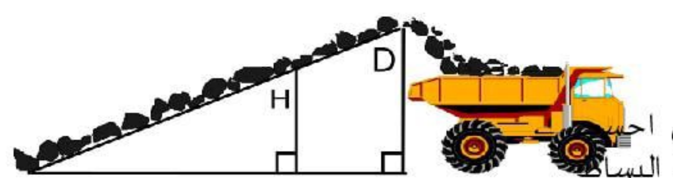




التمرين رقم 3

الحل موجود في الصفحة 16

تمعّن في الشكل المقابل (القياسات ليست حقيقية) حيث يتم شحن عربة شاحنة بأحجار بواسطة بساط متحرك.
يُعطى : $CA = 10,8\,\text{m}$ و $CS = 6\,\text{m}$.



1. اشرح لماذا $(AD)\,//\,(HS)$.
2. احسب ارتفاع قمة البساط عن الأرض (أي احسـ الطول AD) إذا علمت أنّ طول ركيزة تثبيت البساط هو $HS = 2,5\,\text{m}$.

التمرين رقم 4

الحل موجود في الصفحة 16

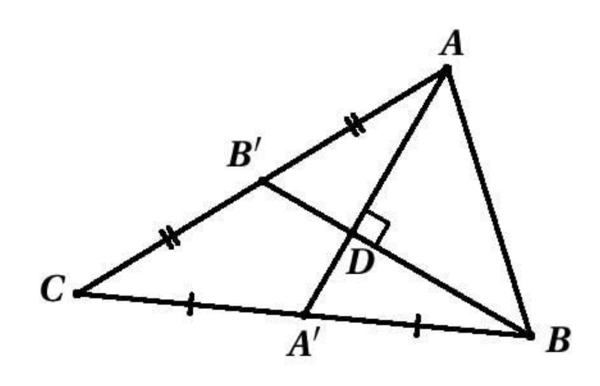
$(\mathcal{C})$ دائرة مركزها O و $[AB]$ قطر لها بحيث $AB = 6\,\text{cm}$.
M نقطة من هذه الدائرة بحيث $BM = 4\,\text{cm}$.

1. أنشئ الشكل ثم بين نوع المثلث AMB.
2. احسب الطول AM بالتدوير إلى الجزء من عشرة (المليمتر).
3. (ا) عين نقطة N بحيث $\widehat{ABN} = 35°$ و $\widehat{BAN} = 56°$.
   (ب) هل تنتمي النقطة N إلى الدائرة $(\mathcal{C})$ ؟ علل.



التمرين رقم 5

الحل موجود في الصفحة 17



الشكل المقابل غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية.

يعطى : $AA' = 9,54\,\text{cm}$ ؛ $BB' = 12,75\,\text{cm}$.

❶ ماذا يمثل كل من (AA') و (BB')في المثلث ABC ؟

❷ احسب الطولين AD و DB'.

❸ احسب مساحة المثلث ADB'.

❹ بين أن $(A'B') // (AB)$.

التمرين رقم 6

الحل موجود في الصفحة 18

❶ ارسم قطعة مستقيم $[AB]$ حيث $AB = 5\,\text{cm}$ ثم أنشئ مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن طرفيها.

❷ ارسم زاوية $\widehat{xOy}$ حيث $\widehat{xOy} = 60°$ ثم أنشئ مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن ضلعيها.

❸ ارسم مستقيما (Δ) ثم أنشئ مجموعة النقط التي تبعد عنه بِ $2\,\text{cm}$.

التمرين رقم 7

الحل موجود في الصفحة 18

ORT مثلث متقايس الأضلاع بحيث $RT = 3\,\text{cm}$ و S نظيرة R بالنسبة إلى O.

1. أنشئ الشكل.
2. ما نوع المثلث RST ؟ علل.

التمرين رقم 8

الحل موجود في الصفحة 18

وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

ABC مثلث بحيث $AB = 7,5$ ، $AC = 6$ ، $BC = 4,5$.

1. أنشئ الشكل ثم بين أن المثلث ABC قائم.
2. الدائرة $(\mathcal{C})$ التي قطرها $[AC]$ تقطع الضلع $[AB]$ في النقطة D.
   – ما نوع المثلث ACD ؟ علل.
3. برهن أن المستقيم (BC) مماس للدائرة $(\mathcal{C})$.

التمرين رقم 9

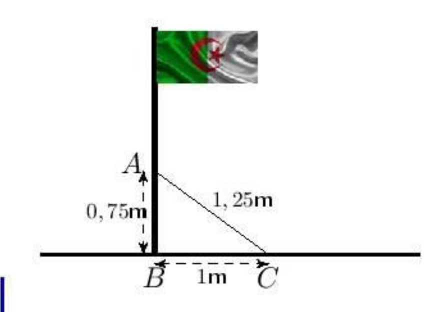
الحل موجود في الصفحة 19

1. أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ حيث $AB = 5\,\text{cm}$ ، $BC = 7\,\text{cm}$ و $\widehat{ABC} = 50°$.
2. عين النقطة M ، منتصف الضلع $[AB]$ و النقطة N ، منتصف الضلع $[CD]$.
3. اشرح لماذا $AM = MB = CN = ND$.

4. بين أن المثلثين AMD و BCN متقايسان.

التمرين رقم 10

الحل موجود في الصفحة 19



للتحقق إن كانت سارية العلم مثبتة بشكل شاقولي على سطح الأرض، قام زميلك يونس بتوصيل حبل بين نقطتين : النقطة A على السارية و النقطة C على الأرض كما هو موضح في الشكل المقابل.

☜ بالاعتماد على معطيات الشكل، ساعد يونس على تحديد إن كانت السارية عمودية على سطح الأرض.

التمرين رقم 11

الحل موجود في الصفحة 19

1. (ا) أنشئ مثلثا NBA قائما في N بحيث $NA = 8\,\text{cm}$ و $NB = 6\,\text{cm}$.
   (ب) ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث NBA ؟ علل.
   (ج) أنشئ هذه الدائرة و ليكن O مركزها.
2. الدائرة التي قطرها $[AO]$ تقطع $[AN]$ في النقطة P.
   (ا) ما نوع المثلث AOP ؟ علل.
   (ب) اشرح لماذا $(OP) \,//\, (NB)$.
   (ج) استنتج أن P منتصف $[AN]$.
3. بين أن (NB) مماس للدائرة التي مركزها P و تشمل النقطة N.

التمرين رقم 12

الحل موجود في الصفحة 20

❶ ارسم مثلثا RST قائما في R بحيث $RS = 4\,\text{cm}$ ثم عين النقطة P، منتصف $[TR]$.

❷ أنشئ النقطة U، صورة النقطة S بالانسحاب الذي يحول R إلى P.

❸ اشرح لماذا الرباعي $PRSU$ مستطيل.

❹ نسمي Q نقطة تقاطع $[PU]$ مع $[TS]$.
- بين أن $PQ = 2\,\text{cm}$.

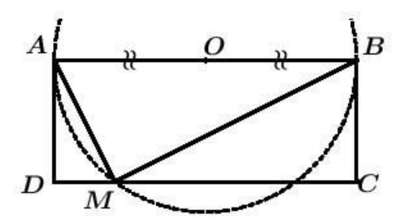
التمرين رقم 13

الحل موجود في الصفحة 20

$ABCD$ مستطيل. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).
نريد تعيين نقطة M من الضلع $[CD]$ بحيث يكون المثلث AMB قائما في M.

❶ هل النقطة M في الشكل المقابل تحقق المطلوب ؟ علل.

❷ يقترح أيمن رسم الدائرة التي قطرها $[AB]$ كما في الشكل الآتي فتكون النقطة M تحقق المطلوب.



– علل صحة ما قاله أيمن.

❸ هل توجد نقطة أخرى في الشكل السابق تحقق المطلوب ؟

❹ (سؤال إضافي) هل نجد دائما نفس عدد الإمكانيات عندما تتغير أبعاد المستطيل $ABCD$ ؟ علل.

التمرين رقم 14

الحل موجود في الصفحة 21

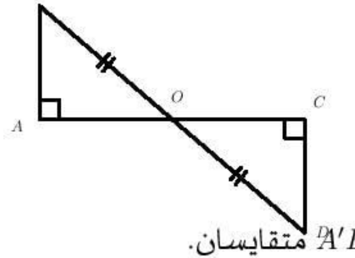
RST مثلث قائم في R بحيث $RS = 4\,\text{cm}$ و $RT = 5\,\text{cm}$.

1. أنشئ الشكل.
2. احسب الطول ST.
3. احسب قيس الزاوية $\widehat{RTS}$ بالتدوير إلى الوحدة.
4. M نقطة من $[TR]$ بحيث $TM = 2\,\text{cm}$. المستقيم (Δ) العمودي على (TR) في النقطة M يقطع $[TS]$ في النقطة N.
   – احسب الطول MN.
5. أنشئ المثلث $R'S'T'$ ، صورة المثلث RST بالانسحاب الذي يحول R إلى N.
6. احسب مساحة المثلث $R'S'T'$.

التمرين رقم 15

الحل موجود في الصفحة 21

.1



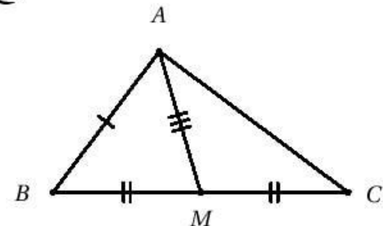
برهن أن المثلثين AOB و COD متقايسان.

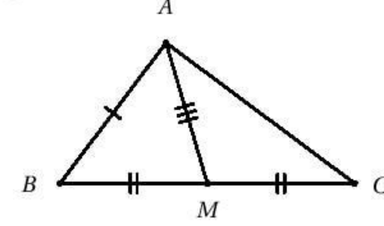
.2

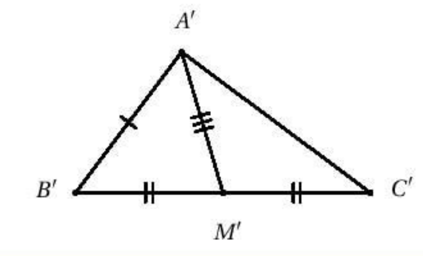
(ا) برهن أن المثلثين ABM و $A'B'M'$ متقايسان.

(ب) استنتج أن $\widehat{B} = \widehat{B'}$.

(ج) برهن أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متقايسان.







التمرين رقم 16

الحل موجود في الصفحة 21

$AISE$ متوازي الأضلاع بحيث : $AI = 7\,\text{cm}$ ، $IS = 5\,\text{cm}$ و $\widehat{IAE} = 150°$.

1. أنشئ الشكل بعناية.
2. لتكن O نظيرة S بالنسبة إلى I و U نقطة تقاطع المستقيمين (AI) و (OE).
   - (ا) برهن أن U منتصف $[OE]$.
   - (ب) احسب الطول UI.
3. (ا) برهن أن المثلثين OUI و EAU متقايسان.
   - (ب) استنتج أن U منتصف $[AI]$.

التمرين رقم 17

الحل موجود في الصفحة 21

$EFGH$ متوازي الأضلاع مركزه O بحيث $GH = 5\,\text{cm}$، $GF = 4\,\text{cm}$ و $\widehat{FGH} = 60°$.

1. أنشئ الشكل بعناية.
2. برهن أن المثلثين FGH و EFH متقايسان.
3. لتكن M منتصف الضلع $[FG]$.
   - (ا) برهن أن $(GH) // (OM)$.
   - (ب) احسب الطول OM.
4. المستقيم (MO) يقطع $[EH]$ في النقطة N.
   برهن أن N منتصف $[EH]$.

التمرين رقم 18

الحل موجود في الصفحة 21

1. أنشئ النقطة G ، مركز ثقل المثلث ABC الذي رؤوسه هي : الشجرة A ، الشجيرات B و القصر C.
2. أنشئ النقطة H ، نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABD الذي رؤوسه : الشجرة A ، الشجيرات B و الزنزانة D.
3. أنشئ النقطة O ، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BDM الذي رؤوسه : الشجيرات B ، الزنزانة D و الطاحونة M.
4. موضع الكنز T هو نقطة تقاطع المستقيمين (HP) و (OG).



A × D ×



× M

C ×





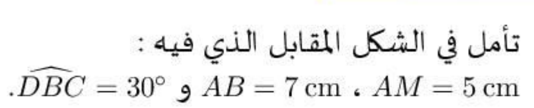
× B × P



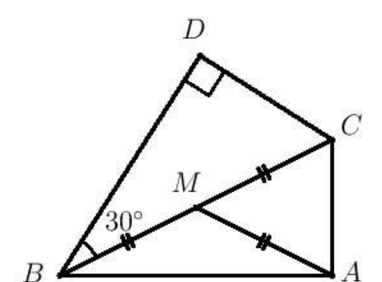
التمرين رقم 19

الحل موجود في الصفحة 22

تأمل في الشكل المقابل الذي فيه :



$AM = 5\,\text{cm}$ ، $AB = 7\,\text{cm}$ و $\widehat{DBC} = 30°$.

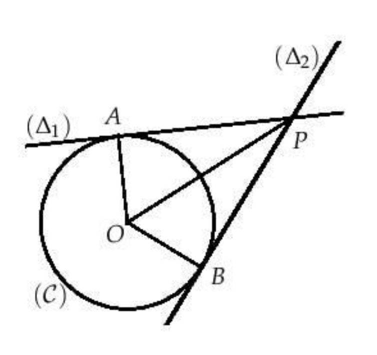


1. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
2. احسب الطول BC.
3. احسب الطول AC.
4. احسب الطول BD.

التمرين رقم 20

الحل موجود في الصفحة 22

(Δ_1) و (Δ_2) مماسان للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطتين A و B على الترتيب.
O مركز الدائرة و P نقطة تقاطع المماسين.



1. ما نوع المثلثين AOP و BOP ؟ علل.
2. برهن أن المثلثين AOP و BOP متقايسان.
3. استنتج أن $PA = PB$.
4. بين أن $[PO)$ منصف الزاوية $\widehat{APB}$.

التمرين رقم 21

الحل موجود في الصفحة 22

ABC مثلث فيه : قيس الزاوية $\widehat{C}$ هو ضعف قيس الزاوية $\widehat{A}$ و قيس الزاوية $\widehat{B}$ يساوي ثلاثة أمثال قيس الزاوية $\widehat{A}$.

1. احسب أقياس زوايا المثلث ABC و استنتج نوعه.
2. أنشئ هذا المثلث إذا علمت أن $BC = 4\,\text{cm}$.
3. احسب الطول AC بالتدوير إلى $0,1$.

التمرين رقم 22

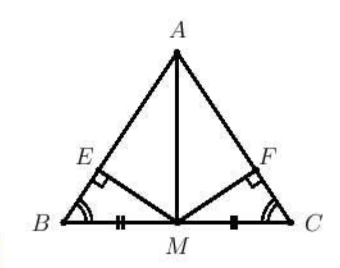
الحل موجود في الصفحة 22

1. أنشيء مثلثا ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC = 4\,\text{cm}$ و $\widehat{B} = 50°$.
2. أنشيء مثلثا EFG متساوي الساقين رأسه الأساسي E بحيث $FG = 4\,\text{cm}$ و $\widehat{F} = 50°$.
3. برهن أنّ المثلثين ABC و EFG متقايسان.

التمرين رقم 23

الحل موجود في الصفحة 22

تأمل في الشكل المقابل :



1. برهن أنّ المثلثين MFC و MEB متقايسان.
2. استنتج أنّ $MF = ME$.
3. برهن أنّ المثلثين MFA و MEA متقايسان.

التمرين رقم 24

الحل موجود في الصفحة 23

1. أنشئ معيّنا $ABCD$ مركزه (نقطة تقاطع قطريه) O بحيث $AC = 6\,\text{cm}$ ، $BD = 8\,\text{cm}$ و $AB = BC = CD = DA = 5\,\text{cm}$.
2. برهن أنّ المثلثين BOA و BOC متقايسان.
3. عيّن النقطة I ، منتصف الضلع $[AB]$.
4. (ا) بيّن أنّ $(BC) // (OI)$.

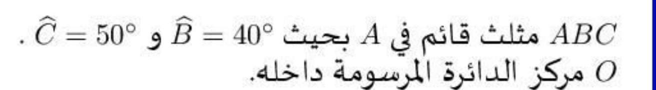
(ب) احسب الطول OI.

5. المستقيم (OI) يقطع الضلع $[CD]$ في J.
بيّن أنّ J منتصف $[CD]$.

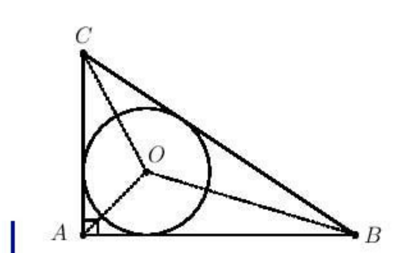
<u>تذكير</u> : قُطرَا المعيّن متعامدان و متناصفان.

التمرين رقم 25

الحل موجود في الصفحة 23


ABC مثلث قائم في A بحيث $\widehat{B} = 40°$ و $\widehat{C} = 50°$.

O مركز الدائرة المرسومة داخله.

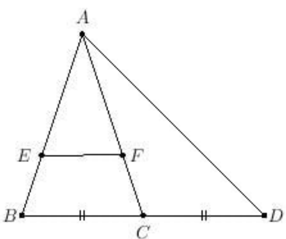


1. احسب قيس كل من $\widehat{OBC}$ و $\widehat{OCB}$ مع التعليل.
2. بيّن أنّ $\widehat{BOC} = 135°$.

التمرين رقم 26

الحل موجود في الصفحة 23

في الشكل المقابل : C منتصف $[BD]$ ، $AE = 2\,\text{cm}$ ، $AB = 3\,\text{cm}$ و $(EF) \mathbin{//} (BC)$.



1. برهن أنّ $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{2}{3}$.
2. ماذا تمثل $[AC]$ في المثلث ABD ؟ علِّل.
3. برهن أنّ F مركز ثقل المثلث ABD.

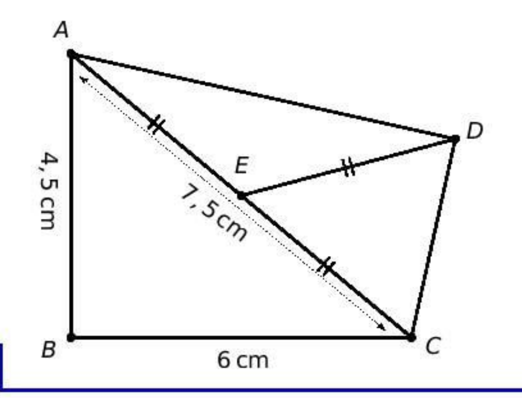
التمرين رقم 27

الحل موجود في الصفحة 23

1. أنشيء مثلثا RMT متساوي الساقين رأسه الأساسي M بحيث $MR = 4\,\text{cm}$ و $\widehat{RMT} = 50°$.
2. أنشيء النقطة S، نظيرة R بالنسبة إلى M.
3. برهن أن المثلث RST قائم.
4. (ا) ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث RST ؟ علِّل.
   (ب) أنشيء هذه الدائرة.

التمرين رقم 28

الحل موجود في الصفحة 23

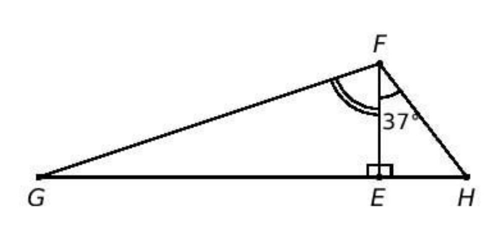


1. (ا) ما طبيعة المثلث ABC ؟ علِّل.
   (ب) ما هو مركز الدائرة المحيطة به ؟
   (ج) احسب الطول BE.
2. ما طبيعة المثلث ACD ؟ علِّل.
3. برهن أنّ النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى نفس الدائرة.

التمرين رقم 29

الحل موجود في الصفحة 23

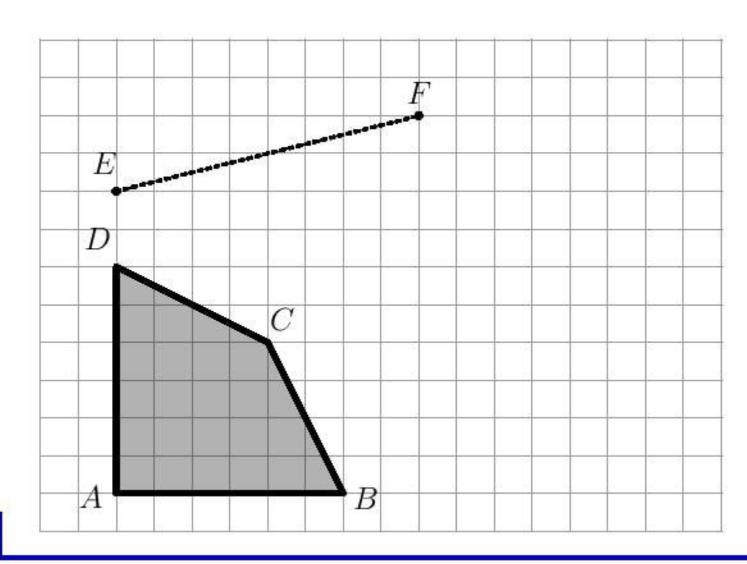
EFG مثلث قائم في E بحيث $EF = 15\,\text{cm}$ و $FG = 50\,\text{cm}$.



1. احسب القيس $\widehat{EFG}$ مع تدوير النتيجة إلى الوحدة.
2. H نقطة من المستقيم (GE) بحيث $\widehat{EFH} = 37°$.
   احسب الطول FH بالتقريب إلى $0,1\,\text{cm}$.
3. برهن أنّ المستقيم (GH) مماس للدائرة $(\mathcal{C}_1)$ التي مركزها F و نصف قطرها FE.
4. ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (GH) و الدائرة $(\mathcal{C}_2)$ التي مركزها F و نصف قطرها FH ؟ علّل.

التمرين رقم 30

الحل موجود في الصفحة 23

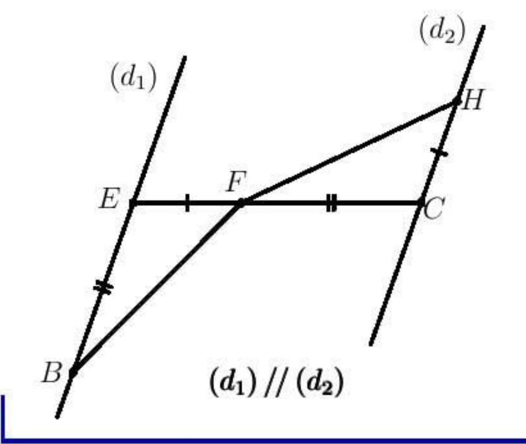


أنشيء $A'B'C'D'$ ، صورة الرباعي $ABCD$ بالانسحاب الذي يحول E إلى F مع ترك آثار الإنشاء.

التمرين رقم 31



الحل موجود في الصفحة 23



تمعّن في الشكل المقابل الذي فيه $(d_1) // (d_2)$.

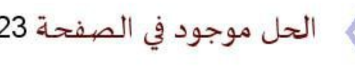
1) اشرح لماذا $\widehat{HCF} = \widehat{BEF}$.

2) برهن أنّ المثلثين FCH و BEF متقايسان.

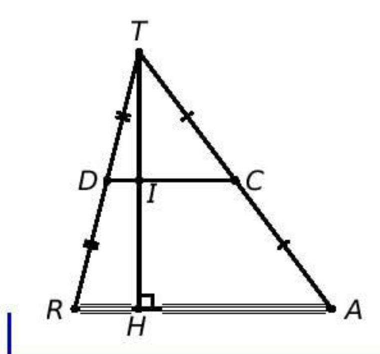
3) استنتج أنّ $FH = BF$.



التمرين رقم 32



الحل موجود في الصفحة 23



تمعّن في الشكل المقابل الذي فيه C منتصف $[TA]$ و D منتصف $[TR]$.

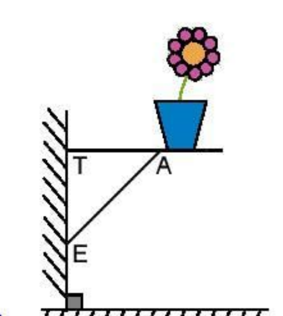
1) برهن، بتطبيق نظرية مستقيم المنتصفين، أنّ $(AR) // (CD)$.

2) استنتج أنّ $(TI) \perp (CD)$.

3) بيّن أنّ I منتصف $[TH]$.

التمرين رقم 33

الحل موجود في الصفحة 23



الشكل المقابل يمثل رفًّا مثبتا على جدار شاقولي، وُضعت عليه مزهرية.
لمعرفة ما إذا كان الرف أفقيا، أخذنا القياسات التالية :

$AT = 40\,\text{cm}$ ؛ $AE = 50\,\text{cm}$ و $TE = 30\,\text{cm}$.

هل الرفّ أفقي (يوازي سطح الأرض) ؟ علِّل.

التمرين رقم 34

الحل موجود في الصفحة 24

ABC مثلث بحيث $AB = 4,5\,\text{cm}$ ، $AC = 6\,\text{cm}$ و $BC = 7,5\,\text{cm}$.

1. بين أن المثلث ABC قائم في A .

2. احسب $\cos \widehat{ABC}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{ABC}$.

3. لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) .
أنشئ المثلث $A'B'C'$ ، صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي يحول H إلى A .

4. احسب مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين رقم 35

الحل موجود في الصفحة 24

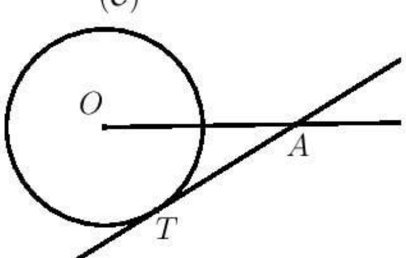
وعاء شكله هرم قاعدته مثلث أطوال أضلاعه هي أعداد طبيعية متتابعة مجموعها 12.

1. جِد أطوال أضلاع مثلث القاعدة.
2. احسب حجم هذا الوعاء إذا كان ارتفاعه $h = 10\,\text{cm}$ و مساحة قاعدته $\mathcal{B} = 6\,\text{cm}^2$.

التمرين رقم 36

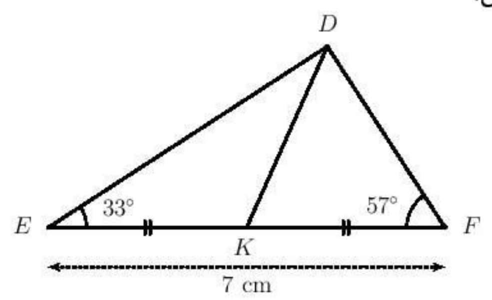
الحل موجود في الصفحة 24

1. في الشكل الموالي : $OA = 5\,\text{cm}$ و $OT = 2\,\text{cm}$. المستقيم (AT) مماس للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطة T.

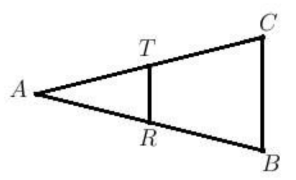


احسب قيس الزاوية $\widehat{AOT}$ مع التعليل.

2. احسب الطول DK مع التعليل.



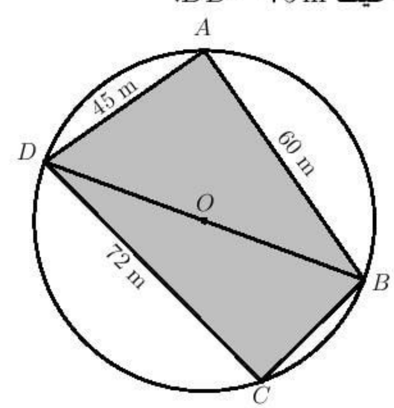
3. وحدة الطول هي السنتيمتر.
بتطبيق خاصية طاليس، احسب الطول AT علما أنّ :
$(RT) // (BC)$ ، $AB = 5$ ، $AC = 7$ و $AR = 2$.



التمرين رقم 37

الحل موجود في الصفحة 24

يملك ياسين قطعة أرض رباعية الشكل تقع رؤوسها على دائرة كما في الشكل حيث $BD = 75\,\text{m}$.



1. برهن أن المثلث ABD قائم في A.
2. برهن أن المثلث BCD قائم في C.
3. احسب الطول BC.
4. احسب محيط الأرض.
5. احسب مساحة الأرض.

التمرين رقم 38

الحل موجود في الصفحة 25

في الشكل أدناه، A' منتصف $[BC]$ ، B' منتصف $[AC]$ و C' منتصف $[AB]$. بالإضافة إلى ذلك : $(A'B')//(AB)$ ، $(A'C')//(AC)$ و $(B'C')//(BC)$.

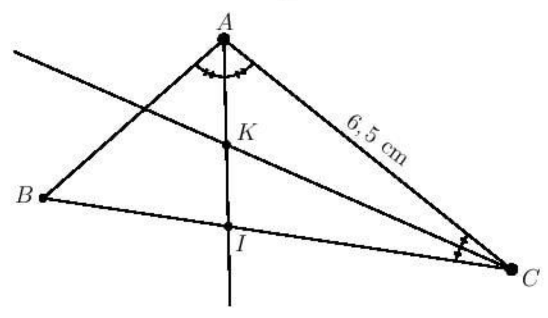
1. بيّن أنّ $(AI) \perp (BC)$.
2. هل تتقاطع المستقيمات (AI) ، (BJ) و (CK) في نفس النقطة ؟ علِّل.

التمرين رقم 39

الحل موجود في الصفحة 25

1. أعد رسم الشكل التالي بالأبعاد الحقيقية علما أنّ :

$\widehat{BAK} = 50°$ و $\widehat{BCK} = 15°$.



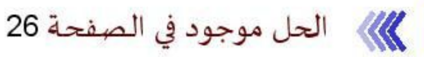
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{KBC}$ مع التعليل.
3. أنشئ الدائرة المرسومة داخل المثلث ABC .
4. (ا) احسب قيس الزاوية $\widehat{AIC}$ مع التعليل.
   (ب) هل نصف المستقيم $[AI)$ هو منصّف الزاوية $\widehat{BKC}$ ؟ علِّل.

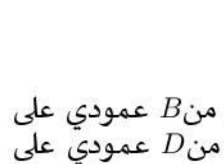
التمرين رقم 40

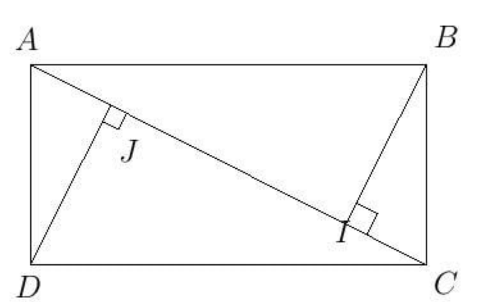
الحل موجود في الصفحة 26

1. ارسم مثلثا ABC قائما في A بحيث $AB = 6\,\text{cm}$ و $BC = 10\,\text{cm}$.
2. احسب الطول AC .
3. لتكن I منتصف $[BC]$.
   (ا) ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ؟ علّل.
   (ب) احسب الطول AI .
4. لتكن M منتصف $[AI]$ و (d) المستقيم الذي يشمل M و يوازي (AB) ، فيقطع $[BC]$ في P .
   احسب الطول IP .
5. لتكن N منتصف $[IC]$.
   برهن أنّ المستقيمين (MN) و (AC) متوازيان.

التمرين رقم 41



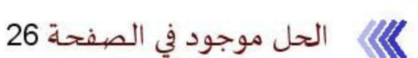




$ABCD$ مستطيل ، المستقيم المار منB عمودي على (AC) في نقطة I ، المستقيم المار منD عمودي على (AC) في نقطة J.
(لاحظ الشكل)

1. بين أن المثلثين ABI و CDJ متقايسان.
2. استنتج أن المثلثين BIC و DAJ متقايسان.

التمرين رقم 42



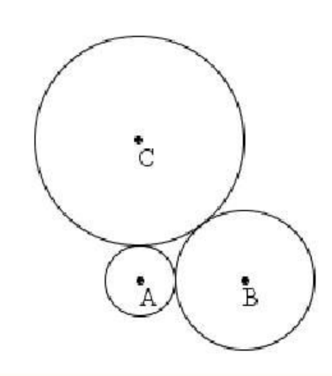
ABC مثلث متساوي الساقين حيث $AB = AC = 6cm$ و $BC = 5cm$
N نقطة من $[AC]$ حيث $CN = 3cm$ و M منتصف $[BC]$

1. أنشئ شكلا وفق هذه المعطيات
2. برهن أن: $(MN)//(AB)$
✓ارسم المستقيم(Δ) الذي يشملM و يوازي حامل $[AC]$و يقطع الضلع $[AB]$ فيF
3. بيّن أن F منتصف $[AB]$ ثم استنتج الطول FN





الحل موجود في الصفحة 27



$C; B; A$ مراكز دوائر أنصاف أقطارها : $3cm; 2cm; 1cm$
برهن أن المثلث ABC قائم .(يطلب تحديد الزاوية القائمة).

التمرين رقم 44

الحل موجود في الصفحة 27

(F) دائرة مركزها O و قطرها $[IJ]$ حيث: $IJ = 5cm$ و K نقطة من الدائرة حيث: $JK = 3cm$

1. أنجز الشكل بدقة .
2. أثبت أن المثلث IKJ قائم مع التبرير.
3. أنشئ المستقيم (Δ) مماس للدائرة في النقطة J .
(المستقيمان (Δ) و (IK) يتقاطعان في نقطة L).
4. ما نوع المثلث IJL ؟ علل جوابك.
5. ما هي المسافة بين النقطة J والمستقيم (IL) ؟ علل جوابك .



التمرين رقم 45

الحل موجود في الصفحة 28

ABC مثلث حيث $AC = 3cm; AB = 4cm; BC = 5cm$
(C) دائرة قطرها $[BC]$ ومركزها النقطة O

1. أنشىء الشكل
2. أنشئ النقطتين B' و C' صورتي النقطتين B و C بالانسحاب الذي يحول A إلى B
3. بنفس الانسحاب أنشئ الدائرة (C') صورة الدائرة (C)
4. ما هي صورة المثلث ABC بهذا الانسحاب؟ علل
5. ماذا تمثل الدائرة (C') بالنسبة للمثلث $BB'C'$؟ استنتج نوعه

التمرين رقم 46

الحل موجود في الصفحة 28

ABC مثلث قائم و متساوي الساقين رأسه الأساسي A حيث: $AB = AC = 5cm$
(Δ) المتوسط المتعلق بالضلع $[AB]$.
(Δ_1) المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ يقطعه في النقطة E.
G نقطة تقاطع (Δ) و (Δ_1)

1. أنشئ الشكل.
2. ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC؟برر جوابك.
3. إذا علمت أن $AG = 2.4cm$ ، احسب كلا من AE و EG.

التمرين رقم 47

الحل موجود في الصفحة 29

1. أنشئ المثلث GDF حيث $DF = 3cm; GD = 7.2cm; GF = 7.8cm$
   بين أن المثلث GDF قائم .
2. أنشئ الدائرة (C)المحيطة بالمثلث GDF مع شرح الطريقة.
3. أنشئ المستقيم (Δ) الذي يعامد $[GF]$ في G. أثبت أن المستقيم (Δ) مماس للدائرة (C) في النقطة G .
4. T نقطة من الدائرة (C) حيث $GT = 4.5cm$
   عينها ثم احسب الطولTF مع التوضيح

التمرين رقم 48

الحل موجود في الصفحة 30

أنشئ المثلثين ABC و ACD بحيث أن: $\widehat{CAD} = 80°; \widehat{C} = \widehat{ACD} = 60°; \widehat{B} = 40°, BC = 5cm$
❶ بين أن المثلثين ABC و ACD متقايسان
❶ بين أن $CD = 5cm$

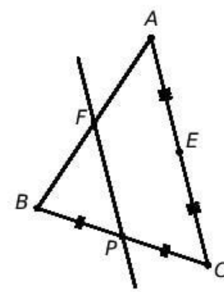
التمرين رقم 49

الحل موجود في الصفحة 30

أنشئ المثلثين ABC و ACD بحيث أن: $\widehat{CAD} = 80°; \widehat{C} = \widehat{ACD} = 60°; ; \widehat{B} = 40°, BC = 5cm$
❶ بين أن المثلثين ABC و ACD متقايسان
❶ بين أن $CD = 5cm$

حل التمرين رقم 1


للعودة إلى التمرين 1



1. في المثلث ABC لدينا : E منتصف $[AC]$ و P منتصف $[BC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن $(EP) // (AB)$.
2. (ا) في المثلث ABC لدينا : P منتصف $[BC]$ و $(PF) // (AC)$ فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن F منتصف $[AB]$ و $PF = \frac{1}{2}AC$.

   (ب) لدينا : $FP = \frac{1}{2}AC = 5\,\text{cm} \div 2 = \boxed{2,5\,\text{cm}}$.

حل التمرين رقم 2

للعودة إلى التمرين 2

1. لدينا : $\begin{bmatrix} AB = AC \\ [AM] \text{ ضلع مشترك} \end{bmatrix}$ (الوتر و ضلع قائم) و بالتالي فالمثلثان القائمان AMB و AMC متقايسان.
2. (ا) الزاويتان $\widehat{AEC}$ و $\widehat{BED}$ متقابلتان بالرأس إذن متقايستان أي $\widehat{AEC} = \widehat{BED}$.

   (ب) لدينا : $\begin{bmatrix} \widehat{EAC} = \widehat{EBD} \\ EA = EB \\ \widehat{AEC} = \widehat{BED} \end{bmatrix}$ (زاويتان و الضلع المحصور بينهما) و بالتالي فالمثلثان ACE و BDE متقايسان.

حل التمرين رقم 3

للعودة إلى التمرين 3

1. بما أنّ $(AD) \perp (AC)$ و $(HS) \perp (AC)$ فإنّ $(HS)//(AD)$.
2. في المثلث ACD لدينا إذن : $S \in [AC]$ و $H \in [CD]$ بحيث $(HS)//(AD)$ فحسب خاصية طاليس :

   $\frac{SH}{AD} = \frac{CH}{CD} = \frac{CS}{CA}$ أي $\frac{2,5}{AD} = \frac{CH}{CD} = \frac{6}{10,8}$ منه $AD = \frac{10,8 \times 2,5}{6} = \frac{27}{6} = 4,5$.

   إذن ارتفاع قمة البساط عن الأرض هو $\boxed{AD = 4,5\,\text{m}}$.

حل التمرين رقم 4

للعودة إلى التمرين 4

1. الشكل.

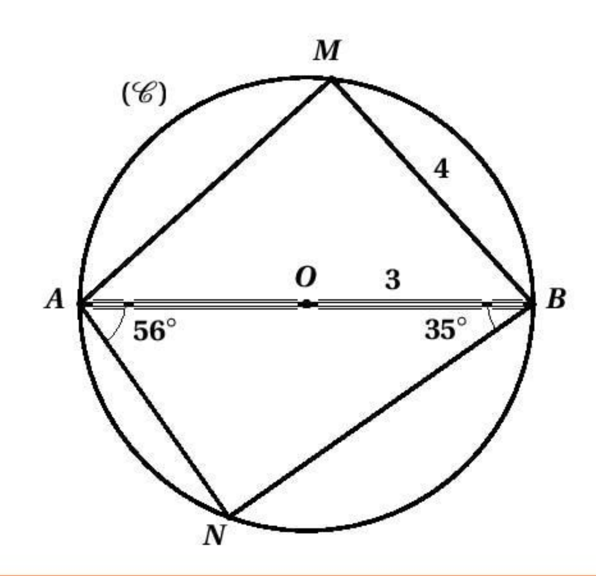
المثلث AMB قائم في M لأن ضلعه $[AB]$ قطر للدائرة المحيطة به.

2. المثلث AMB قائم في M فحسب نظرية فيثاغورث : $AB^2 = AM^2 + MB^2$ أي $6^2 = AM^2 + 4^2$ منه $AM^2+16 = 36$ منه $AM^2 = 36-16 = 20$ منه $AM = \sqrt{20}\,\text{cm}$ (القيمة المضبوطة) و $AM \approx 4,47\,\text{cm}$ (قيمة مقربة).

   إذن $AM = 4,5\,\text{cm}$ بالتدوير إلى المليمتر (الجزء من 10).

3. (ا) الشكل.

   (ب) حتى تنتمي النقطة N إلى الدائرة $(\mathcal{C})$ ، يجب (و يكفي) أن تكون الدائرة $(\mathcal{C})$ التي قطرها $[AB]$ محيطة بالمثلث ANB أي يجب (و يكفي) أن يكون المثلث ANB قائما في N. لكن : $\widehat{ABN} + \widehat{BAN} = 35^\circ + 56^\circ = 91^\circ$ أي $\widehat{ABN} + \widehat{BAN} \neq 90^\circ$ إذن فالمثلث ANB ليس قائما في N و بالتالي فالنقطة N لا تنتمي إلى الدائرة $(\mathcal{C})$.



حل التمرين رقم 5

للعودة إلى التمرين 5

1. بما أن A' منتصف $[BC]$ فإن (AA') هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC.

   و بما أن B' منتصف $[AC]$ فإن (BB') هو المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC.

2. إذن D هي مركز ثقل المثلث ABC (نقطة تلاقي متوسطاته) و بالتالي :

   $AD = \frac{2}{3}AA' = \frac{2}{3} \times 9,54$ أي $\boxed{AD = 6,36\,\text{cm}}$

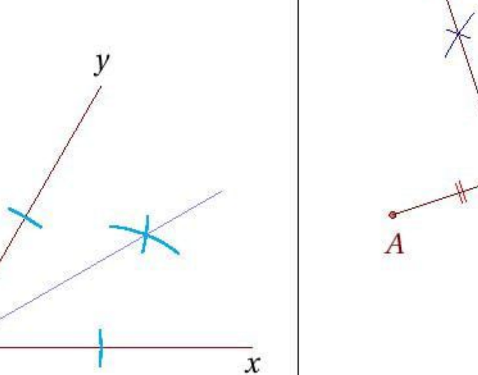
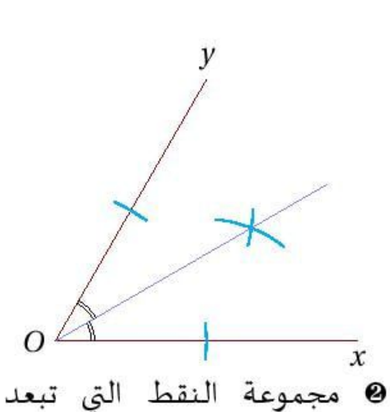
   و $BD' = \frac{1}{3}BB' = \frac{1}{3} \times 12,75$ أي $\boxed{BD' = 4,25\,\text{cm}}$.

3. مساحة المثلث ADB' هي : $\boxed{13,515\,\text{cm}^2}$. $\mathcal{S}_{ADB'} = \frac{AD \times DB'}{2} = \frac{6,36 \times 4,25}{2} = 13,515$

4. في المثلث ABC لدينا : A' منتصف $[BC]$ و B' منتصف $[AC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين : $(A'B') \mathbin{//} (AB)$.

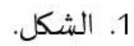
حل التمرين رقم 6

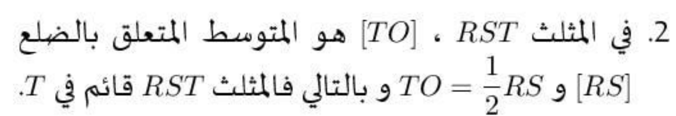
للعودة إلى التمرين 6

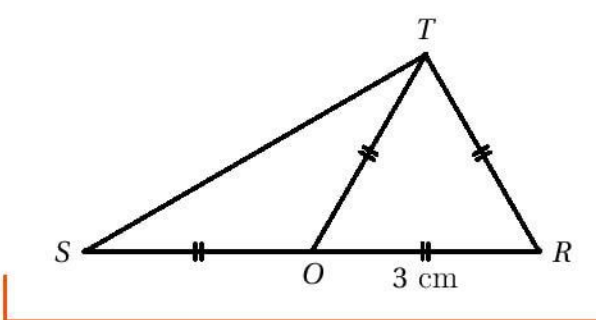
		
❶ مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن طرفي القطعة $[AB]$ هي محور هذه القطعة.	❷ مجموعة النقط التي تبعد بنفس المسافة عن ضلعيْ الزاوية $\widehat{xOy}$ هي منصف هذه الزاوية.	❸ مجموعة النقط التي تبعد بـ $2\,\text{cm}$ عن المستقيم (Δ) هي اتحاد المستقيمين المتوازيين (d_1) و (d_2).

حل التمرين رقم 7

للعودة إلى التمرين 7


1. الشكل.


2. في المثلث RST ، $[TO]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[RS]$ و $TO = \frac{1}{2}RS$ و بالتالي فالمثلث RST قائم في T.




حل التمرين رقم 8

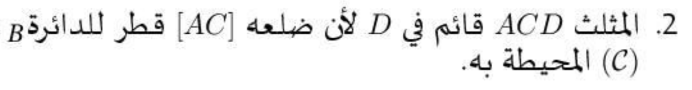
للعودة إلى التمرين 8

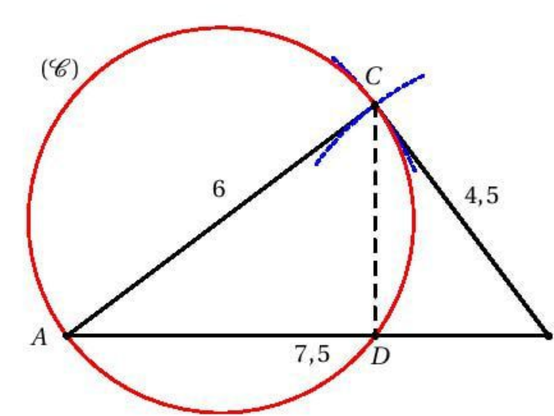
1. الشكل.

في المثلث ABC لدينا : $AB^2 = (7,5)^2 = 56,25$

و $AC^2 + BC^2 = 6^2 + (4,5)^2 = 36 + 20,25 = 56,25$

أي $AC^2 + BC^2 = AB^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في C.


2. المثلث ACD قائم في D لأن ضلعه $[AC]$ قطر للدائرة $(\mathcal{C})$ المحيطة به.

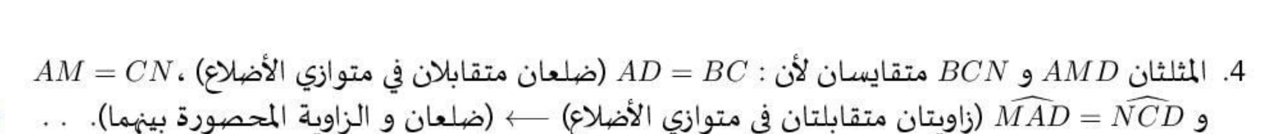


3. المستقيم (BC) يعامد المستقيم القطري (AC) (لأن المثلث ABC قائم في C) في النقطة C من الدائرة و بالتالي (BC) هو المماس للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطة C.

حل التمرين رقم 9

للعودة إلى التمرين 9

1. الشكل. . . . . (0,5ن)
2. الشكل. . . . . (0,5ن)
3. بما أن M منتصف $[AB]$ فإن $AM = MB = \frac{1}{2}AB$
و بما أن N منتصف $[CD]$ فإن $CN = ND = \frac{1}{2}CD$
لكن $ABCD$ متوازي الأضلاع إذاً $AB = CD$
و بالتالي $AM = MB = CN = ND$. . . . . . (01ن)



4. المثلثان AMD و BCN متقايسان لأن : $AD = BC$ (ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع)، $AM = CN$
و $\widehat{MAD} = \widehat{NCD}$ (زاويتان متقابلتان في متوازي الأضلاع) $\longrightarrow$ (ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما). . .

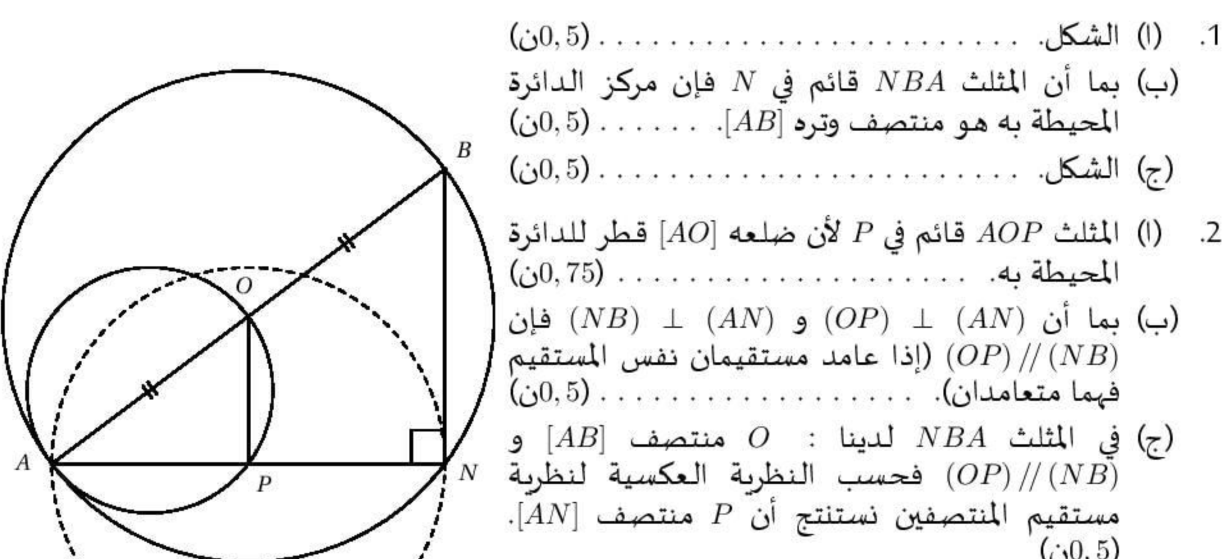
حل التمرين رقم 10

للعودة إلى التمرين 10

سارية العلم عمودية على سطح الأرض إذا و فقط إذا كان المثلث ABC قائما في B.
لكن : $AC^2 = 1,25^2 = 1,5625$ و $AB^2 + BC^2 = 0,75^2 + 1^2 = 0,5625 + 1 = 1,5625$ أي $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في B و بالتالي فالسارية مثبتة بشكل شاقولي.

حل التمرين رقم 11

للعودة إلى التمرين 11



1. (ا) الشكل. . . . . (0,5ن)
(ب) بما أن المثلث NBA قائم في N فإن مركز الدائرة المحيطة به هو منتصف وتره $[AB]$. . . . . . . (0,5ن)
(ج) الشكل. . . . . (0,5ن)
2. (ا) المثلث AOP قائم في P لأن ضلعه $[AO]$ قطر للدائرة المحيطة به. . . . . (0,75ن)
(ب) بما أن $(NB) \perp (AN)$ و $(OP) \perp (AN)$ فإن $(OP) // (NB)$ (إذا عامد مستقيمان نفس المستقيم فهما متعامدان). (0,5ن)
(ج) في المثلث NBA لدينا : O منتصف $[AB]$ و $(OP) // (NB)$ فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن P منتصف $[AN]$. (0,5ن)
3. المستقيم (NB) يعامد المستقيم القطري (AN) في النقطة N من الدائرة التي مركزها P و تشمل N و بالتالي (NB) هو المماس لهذه الدائرة في النقطة N. . . . . (0,75ن)

حل التمرين رقم 12

للعودة إلى التمرين 12

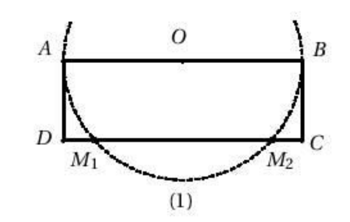
1. الشكل.
2. الشكل.
3. بما أن U صورة S بالانسحاب الذي يحول R إلى P فإن الرباعي $PRSU$ متوازي الأضلاع. و بما أن $\widehat{PRS} = 90°$ فهو مستطيل.
4. بما أن $(TR) \perp (RS)$ و $(TR) \perp (PU)$ فإن $(PU)//(RS)$.
في المثلث RST لدينا : $P\ [TR]$ و $(PU)//(RS)$ فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن Q منتصف $[TS]$ و $PQ = \dfrac{RS}{2} = \dfrac{4\,\text{cm}}{2} = \boxed{2\,\text{cm}}$.

ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق نظرية طاليس.

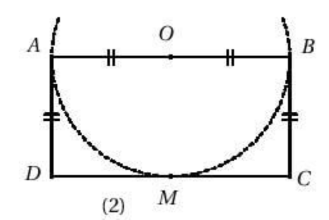
حل التمرين رقم 13

للعودة إلى التمرين 13

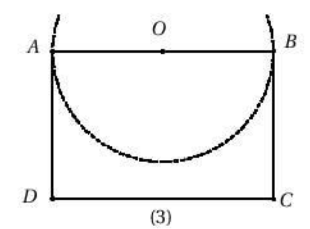
1. بما أن $AB^2 = 7^2 = 49$ و $AM^2 + MB^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$ أي $AM^2 + MB^2 \neq AB^2$ فحسب العكس النقيض لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث AMB ليس قائما و بالتالي فالنقطة M لا تحقق المطلوب.
2. المثلث AMB قائم في M لأن ضلعه $[AB]$ قطر للدائرة المحيطة به.
3. نعم توجد نقطة أخرى تحقق المطلوب و هي نقطة التقاطع الثانية بين الدائرة و الضلع $[CD]$.
4. نميز ثلاث حالات :



(1)



(2)



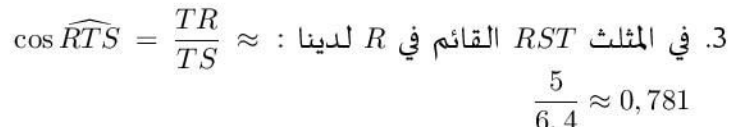
(3)

- إذا كان $AD < \dfrac{AB}{2}$ فإن المستقيم (CD) قاطع للدائرة و بالتالي يشترك معها في نقطتين تحققان المطلوب (الشكل (1)).
- إذا كان $AD = \dfrac{AB}{2}$ فإن المستقيم (CD) مماس للدائرة و بالتالي يشترك معها في نقطة واحدة تحقق المطلوب (الشكل (2)).
- إذا كان $AD > \dfrac{AB}{2}$ فإن المستقيم (CD) خارج الدائرة و بالتالي لا يشترك معها في أي نقطة و هذا يعني أنه لا توجد أي نقطة تحقق المطلوب (الشكل (3)).

حل التمرين رقم 14

للعودة إلى التمرين 14

1. الشكل.
2. المثلث RST قائم في R فحسب نظرية فيثاغورث :
$$ST^2 = RS^2 + RT^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$
منه $\boxed{6,4\,\text{cm}} \approx ST = \sqrt{41}\,\text{cm}$.



3. في المثلث RST القائم في R لدينا : $\cos\widehat{RTS} = \dfrac{TR}{TS} \approx \dfrac{5}{6,4} \approx 0,781$
منه $\widehat{RTS} = 0,781\ \boxed{2\,\text{ndf}}\ \boxed{\cos} \approx 38,6°$.
إذاً : $\boxed{\widehat{RTS} = 39°}$ بالتدوير إلى الوحدة.
4. بما أن $(RS) \perp (TR)$ و $(MN) \perp (TR)$ فإن $(MN) // (RS)$.
في المثلث RST لدينا : $M \in [TR]$ و $N \in [TS]$ بحيث $(MN) // (RS)$ فحسب خاصية طاليس : $\dfrac{TM}{TR} = \dfrac{TN}{TS} = \dfrac{MN}{RS}$
أي $\dfrac{MN}{4} = \dfrac{TN}{6,4} = \dfrac{2}{5}$ منه $MN = \dfrac{2 \times 4}{5} = \boxed{1,6\,\text{cm}}$.
5. الشكل.
6. لدينا : $\mathcal{A}_{RST} = \dfrac{RS \times RT}{2} = \dfrac{4 \times 5}{2} = 10\,\text{cm}^2$.
و بما أن $R'S'T'$ صورة RST بانسحاب و الانسحاب يحفظ المساحات فإن $\mathcal{A}_{R'S'T'} = \mathcal{A}_{RST} = \boxed{10\,\text{cm}^2}$.

حل التمرين رقم 15

للعودة إلى التمرين 15

حل التمرين رقم 16

للعودة إلى التمرين 16

حل التمرين رقم 17

للعودة إلى التمرين 17

حل التمرين رقم 18

للعودة إلى التمرين 18

حل التمرين رقم 19

للعودة إلى التمرين 19

1. بما أن M منتصف $[BC]$ فإن $[AM]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC.

و بما أن $AM = MB = MC$ فإن $AM = \frac{1}{2}BC$ و حسب النظرية العكسية لنظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر فإن المثلث ABC قائم في A.

2. لدينا : $BC = 2AM = 2 \times 5\,\text{cm} = \boxed{10\,\text{cm}}$.

3. المثلث ABC قائم في A فحسب نظرية فيثاغورث : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ أي $10^2 = 7^2 + AC^2$ منه $100 = 49 + AC^2$ منه $AC^2 = 100 - 49 = 51$ منه $AC = \sqrt{51}\,\text{cm} \approx \boxed{7,1\,\text{cm}}$.

4. في المثلث BCD القائم في D لدينا : $\cos \widehat{BDC} = \frac{BD}{BC}$ أي $\cos 30° = \frac{BD}{10\,\text{cm}}$

منه : $BD = 10\,\text{cm} \times \cos 30° \approx 10\,\text{cm} \times 0,87 = \boxed{8,7\,\text{cm}}$.

حل التمرين رقم 20

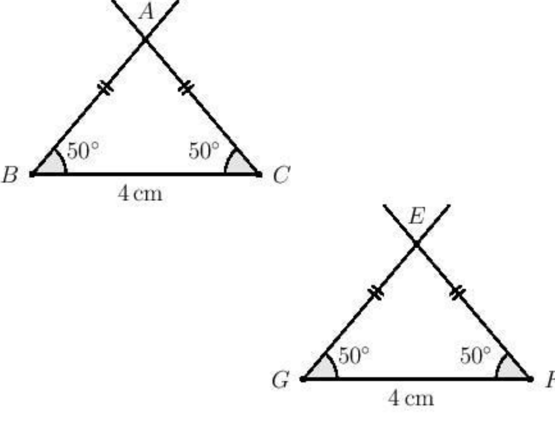
للعودة إلى التمرين 20

حل التمرين رقم 21

للعودة إلى التمرين 21

حل التمرين رقم 22

للعودة إلى التمرين 22



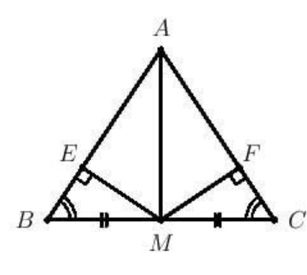
(1) أنشيء مثلثا ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC = 4\,\text{cm}$ و $\widehat{B} = 50°$.

(2) أنشيء مثلثا EFG متساوي الساقين رأسه الأساسي E بحيث $FG = 4\,\text{cm}$ و $\widehat{F} = 50°$.

(3) لدينا : $\left[\begin{array}{c} \widehat{F} = \widehat{B} = 50° \\ FG = BC = 4\,\text{cm} \\ \widehat{G} = \widehat{C} = 50° \end{array}\right]$ إذاً [فالمثلثان ABC و EFG متقايسان] (زاويتان و الضلع المحصور بينهما).

حل التمرين رقم 23

للعودة إلى التمرين 23



(1) لدينا : $\left[\begin{array}{c} \widehat{C} = \widehat{B} \\ MC = MB \end{array}\right]$ إذاً [فالمثلثان القائمان MEB و MFC متقايسان] (الوتر و زاوية حادة).

من تقايسهما نستنتج أن $\boxed{MF = ME}$ و $FC = EB$ و $\widehat{BME} = \widehat{CMF}$.

(3) لدينا : $\left[\begin{array}{c} MF=ME \\ [AM] \text{مشترك وتر} \end{array}\right]$ إذاً $\left[\begin{array}{c} \text{القائمان فالمثلثان} \\ MEA \text{ و } MFA \\ \text{متقايسان} \end{array}\right]$ (الوتر و ضلع قائم).

حل التمرين رقم 24

للعودة إلى التمرين 24

حل التمرين رقم 25

للعودة إلى التمرين 25

حل التمرين رقم 26

للعودة إلى التمرين 26

حل التمرين رقم 27

للعودة إلى التمرين 27

حل التمرين رقم 28

للعودة إلى التمرين 28

حل التمرين رقم 29

للعودة إلى التمرين 29

حل التمرين رقم 30

للعودة إلى التمرين 30

حل التمرين رقم 31

للعودة إلى التمرين 31

حل التمرين رقم 32

للعودة إلى التمرين 32

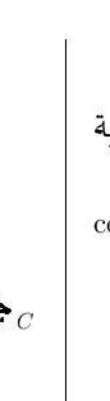
حل التمرين رقم 33

للعودة إلى التمرين 33

بما أن الجدار عمودي على الأرض، فيكفي أن يعامد الرفُّ الجدارَ حتى يكون أفقيا (المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما متوازيان) أي يكفي أن يكون المثلث ATE قائما في T.
لكن $AE^2=50^2=2500$ و $AT^2+TE^2=40^2+30^2=1600+900=2500$ أي $AT^2+TE^2=AE^2$
و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أنّ المثلث ATE قائم في T و بالتالي فالرف أفقي.

حل التمرين رقم 34

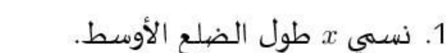

للعودة إلى التمرين 34



1. لدينا : $BC^2 = 7,5^2 = 56,25$
و $AB^2 + AC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$
أي $AB^2 + AC^2 = BC^2$ فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A.
2. في المثلث ABC القائم في A لدينا : $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{BA}{BC} =$
$\dfrac{4,5}{7,5} = 0,6$ منه $\widehat{ABC} = 0,6$ $\boxed{\text{2ndf}}$ $\boxed{\cos} \approx \mathbf{53°}$
3. الشكل.
4. بما أنّ الانسحاب يحفظ المساحات فإنّ :
$\mathcal{S}_{A'B'C'} = \mathcal{S}_{ABC} = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{4,5\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}}{2} = \mathbf{13,5\,cm^2}$

حل التمرين رقم 35

للعودة إلى التمرين 35



1. نسمي x طول الضلع الأوسط.

الأطوال الأخرى هي $x - 1$ و $x + 1$ و بالتالي $x - 1 + x + x + 1 = 12$ أي $3x = 12$ منه $x = 12 \div 3$ أي $x = 4$.

إذاً، أطوال أضلاع مثلث القاعدة هي $3\,\text{cm}$ ، $4\,\text{cm}$ و $5\,\text{cm}$.

2. حجم الوعاء هو : $\mathcal{V} = \dfrac{\mathcal{B} \times h}{3} = \dfrac{6\,\text{cm}^2 \times 10\,\text{cm}}{3} = \mathbf{20\,cm^3}$

حل التمرين رقم 36


للعودة إلى التمرين 36

1. بما أن المستقيم (AT) مماس للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطة T فإن $(AT) \perp (OT)$ و بالتالي فالمثلث AOT قائم في T منه :

$\cos \widehat{AOT} = \dfrac{OT}{OA} = \dfrac{2}{5} = 0,4$ منه $\widehat{AOT} = 0,4$ $\boxed{\text{2ndf}}$ $\boxed{\cos} \approx \mathbf{66°}$.

2. في المثلث DEF لدينا : $\widehat{E} + \widehat{F} = 33° + 57° = 90°$ و بالتالي فهو مثلث قائم.

و بما أنّ K منتصف $[EF]$ فإنّ $[DK]$ هو المتوسط المتعلق بالوتر $[EF]$ في المثلث DEF و حسب نظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم نستنتج أنّ : $DK = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2} \times 7\,\text{cm} = \mathbf{3,5\,cm}$

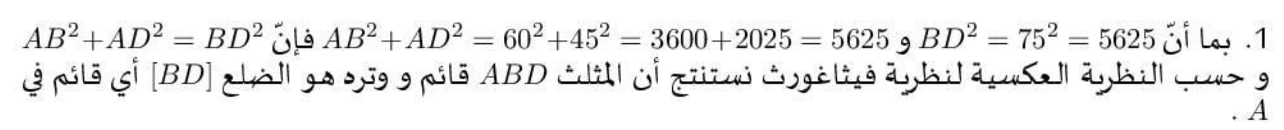
3. في المثلث ABC لدينا : $T \in [AC]$ و $R \in [AB]$ بحيث $(TR) \,//\, (BC)$ فحسب خاصية طاليس نستنتج أنّ :

$\dfrac{AR}{AB} = \dfrac{AT}{AC} = \dfrac{RT}{BC}$ أي $\dfrac{2}{5} = \dfrac{AT}{7} = \dfrac{RT}{BC}$

منه $AT = \dfrac{7 \times 2}{5}$ إذاً $\boldsymbol{AT = 2,8\,cm}$.

حل التمرين رقم 37

للعودة إلى التمرين 37



1. بما أنّ $BD^2 = 75^2 = 5625$ و $AB^2 + AD^2 = 60^2 + 45^2 = 3600 + 2025 = 5625$ فإنّ $AB^2 + AD^2 = BD^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABD قائم و وتره هو الضلع $[BD]$ أي قائم في A .

2. بما أن المثلث ABD قائم في A فإن وتره $[BD]$ قطر للدائرة المحيطة به ؛ و بما أن المثلث BCD مرسوم داخل الدائرة التي قطرها $[BD]$ فإنه مثلث قائم في C .



3. حسب نظرية فيثاغورث نستنتج أن $BD^2 = BC^2 + CD^2$ منه $BC^2 = BD^2 - CD^2 = 75^2 - 72^2 =$ $441 = 5184 - 5625$ منه $BC = \sqrt{441}\,\mathrm{m} = 21\,\mathrm{m}$.

4. محيط الأرض هو : $\mathcal{P} = AB + BC + CD + DA = 60\,\mathrm{m} + 21\,\mathrm{m} + 72\,\mathrm{m} + 45\,\mathrm{m} = \mathbf{198\,m}$.

5. مساحة الأرض هي : $\mathcal{S} = \dfrac{AB \times AD}{2} + \dfrac{CB \times CD}{2} = \dfrac{60\,\mathrm{m} \times 45\,\mathrm{m}}{2} + \dfrac{21\,\mathrm{m} \times 72\,\mathrm{m}}{2} =$ $1350\,\mathrm{m}^2 + 756\,\mathrm{m}^2 = \mathbf{2106\,m^2}$.

حل التمرين رقم 38

للعودة إلى التمرين 38

1. بما أنّ $(B'C') \,//\, (BC)$ و $(AI) \perp (B'C')$ فإنّ $(AI) \perp (BC)$ (إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يعامد الآخر).

فالمستقيم (AI) يعامد حامل الضلع $[BC]$ و يشمل الرأس A المقابل له. نستنتج إذن أنّ :

(AI) هو حامل الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

2. بالمثل، $(A'C') \,//\, (AC)$ و $(BJ) \perp (A'C')$ إذن $(BJ) \perp (AC)$ أي :

(BJ) هو حامل الارتفاع المتعلق بالضلع $[AC]$.

أيضا، $(A'B') \,//\, (AB)$. و $(CK) \perp (A'B')$ إذن $(CK) \perp (AB)$ و بالتالي :

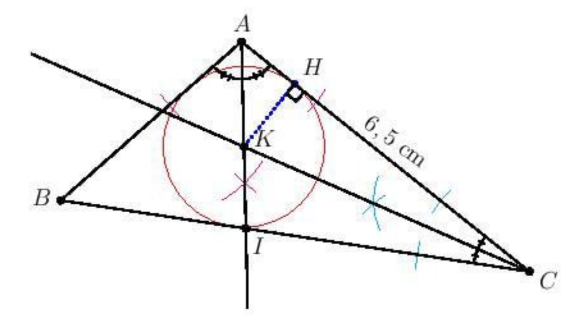
(CK) هو حامل الارتفاع المتعلق بالضلع $[AB]$.

بما أنّ الارتفاعات الثلاثة في مثلث تتلاقى في نقطة واحدة فإنّ المستقيمات (AI) ، (BJ) و (CK) تتقاطع في نفس النقطة (هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC).

حل التمرين رقم 39

للعودة إلى التمرين 39

1. لرسم الشكل بالأبعاد الحقيقية :



- نبدأ برسم الضلع $[AB]$ بحيث $AB = 6,5\,\mathrm{cm}$.
- ثم نرسم نصف المستقيم $[AB)$ بحيث $\widehat{CAB} = 2\widehat{BAK} = 100°$.
- ثم نصف المستقيم $[CB)$ بحيث $\widehat{ACB} = 2\widehat{BCK} = 30°$.
- في الأخير، نرسم $[AK)$ ، منصف $\widehat{BAC}$ و $[CK)$ ، منصف $\widehat{ACB}$.

2. في المثلث ABC لدينا :

$$\begin{aligned}
\widehat{ABC} &= 180° - \left(\widehat{BAC} + \widehat{BCA}\right) \\
&= 180° - \left(2 \times \widehat{BAK} + 2 \times \widehat{BCK}\right) \\
&= 180° - (2 \times 50° + 2 \times 30°) \\
&= 180° - 130° = \mathbf{50°}
\end{aligned}$$

و بما أنّ K هي نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث ABC فإنّ $[BK)$ هو منصف $\widehat{ABC}$ و بالتالي $\widehat{KBC} =$ $\widehat{ABC} \div 2 = \mathbf{25°}$.

3. مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث ABC هو النقطة K . لإنشائها، نعيّن النقطة H ، المسقط العمودي للمركز K على أحد الأضلاع، مثلا على $[AC]$ فيكون KH هو نصف قطر هذه الدائرة.

4. (ا) $\widehat{AIC} = 180° - \left(\widehat{IAC} + \widehat{ICA}\right) = 180° - (50° + 30°) = \mathbf{100°}$

(ب) لدينا من جهة :

$\widehat{IKC} = 180° - \left(\widehat{ICK} + \widehat{KIC}\right) = 180° - (15° + 100°) = \mathbf{65°}$

و من جهة أخرى

$\widehat{IKB} = 180° - \left(\widehat{IBK} + \widehat{KIB}\right) = 180° - (25° + (180° - 100°)) = \mathbf{75°}$

إذن $\widehat{IKB} \neq \widehat{IKC}$ و هذا يعني أنّ نصف المستقيم $[AI)$ ليس منصّف الزاوية $\widehat{BKC}$.

حل التمرين رقم 40

للعودة إلى التمرين 40

حل التمرين رقم 41

للعودة إلى التمرين 41

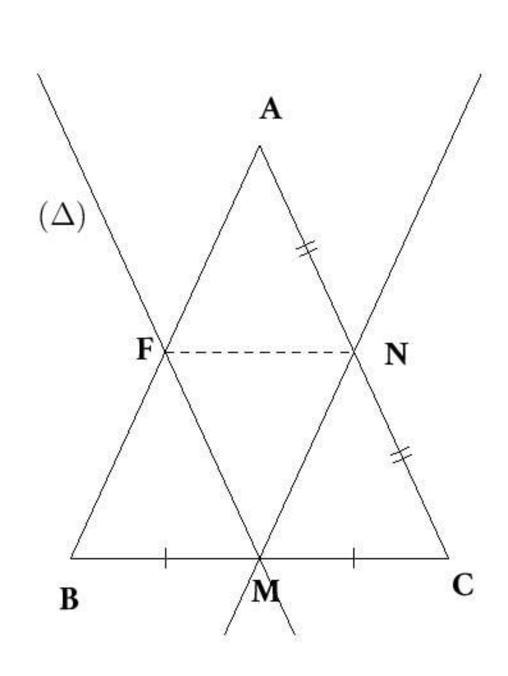
1. بما أن :
$AB = CD$(ضلعان متقابلان في مستطيل)
$B\widehat{A}I = D\widehat{C}J$ (زاويتان متبادلتان داخليا)
فإن: المثلثين ABI و CDJ متقايسان (تقايس الوتر وزاوية حادة)

2. في المثلثين BIC و DAJ لدينا : $BC = AD$
$IB = DJ$(من العناصر المتماثلة)
إذن فهما متقايسان (الوتر و ضلع)

حل التمرين رقم 42

للعودة إلى التمرين 42

1. الرسم:



2. إثبات أن: $(MN)//(BC)$
في المثلث ABC لدينا:



N منتصف $[AC]$

Mمنتصف $[BC]$

إذن: $(MN)//(BC)$ حسب خاصية مستقيم المنتصفين.

3. في المثلث ABC لدينا:

Mمنتصف $[BC]$

$(MF)//(AC)$

إذن: Fمنتصف $[AB]$ حسب الخاصية العكسية لمستقيم المنتصفين.

$$FN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$$

حل التمرين رقم 43

 للعودة إلى التمرين **43**

1. إثبات أن المثلث قائم:

$AB = 1 + 2 = 3$

$AC = 1 + 3 = 4$

$BC = 2 + 3 = 5$

في المثلث ABC لدينا:

$BC^2 = 5^2 = 25$

$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

بما أن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

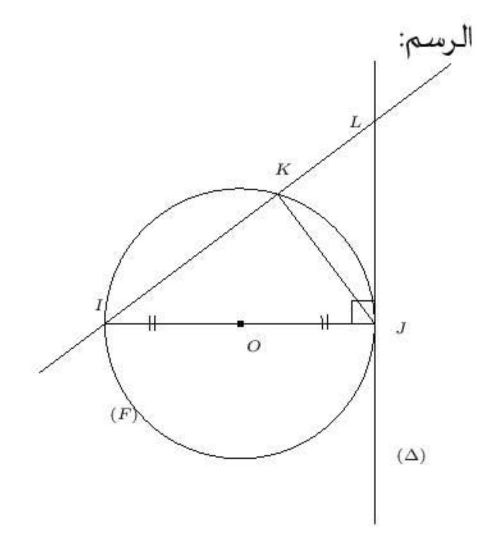
فإن المثلث ABC قائم في A حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس.

حل التمرين رقم 44

للعودة إلى التمرين **44**

1. إثبات أن IKJقائم :

الرسم:



بماأن: $[IJ]$ ضلع في المثلث IKJ
و قطر للدائرة المحيطة به
فإن المثلثIKJ قائم في K

2. نوع المثلث IJL :

المثلثIJL قائم في J لأن (Δ) مماس للدائرة(F) في النقطةJ

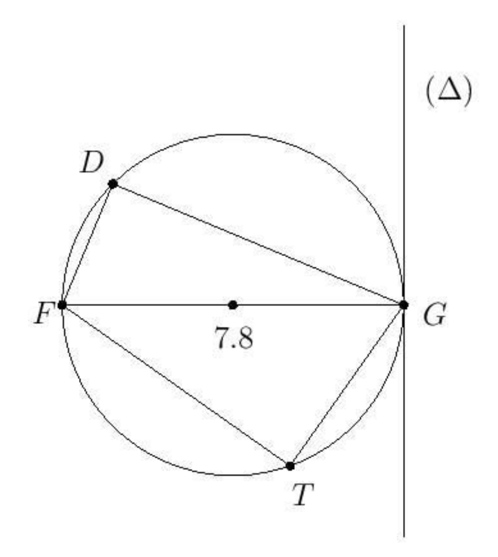
3. المسافة بين J و (IL):

$(IL) \perp (KJ)$ لأن $KJ = 3cm$

حل التمرين رقم 45

للعودة إلى التمرين 45

1. الرسم:



2. إثبات أن المثلث GFD قائم :

$$FG^2 = 7.8^2 = 60.84$$
$$DG^2 = 7.2^2 = 51.84$$
$$DF^2 = 3^2 = 9$$

بما أن $FG^2 = DG^2 + DF^2$

فإن المثلث GFD قائم حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس

3. لرسم الدائرة المحيطة بالمثلث يكفي أن نعين منتصف $[FG]$ الدائرة المحيطة بهذا المثلث يكون $[FG]$ قطر لها.

4. بما أن : $(\Delta) \perp (FG)$ و $G \in (\Delta)$

فإن: (Δ) هو مماس للدائرة (C)

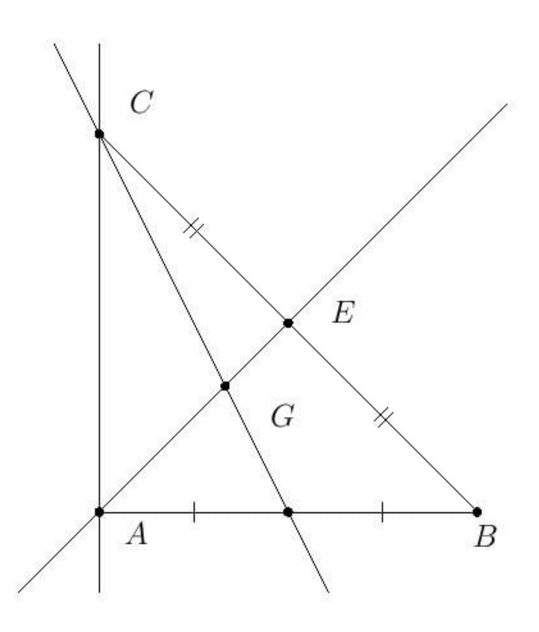
5. بما أن FGT مثلث قائم وحسب خاصية فيثاغورس فإن :

$$FG^2 = TF^2 + TG^2$$
$$TF^2 = FG^2 - TG^2$$
$$TF^2 = 7.8^2 - 4.5^2$$
$$TF^2 = 60.84 - 20.45 = 40.59$$
$$TF = \sqrt{40.59} \simeq 6.37cm$$

حل التمرين رقم 46


للعودة إلى التمرين 46

1. الرسم:



2. G هي مركز ثقل المثلث ABC لأنها نقطة تقاطع متوسطين.

3. حساب AE و EG :

بما أن G هي مركز ثقل المثلث ABC

فإن: $\frac{AG}{AE} = \frac{2}{3}$

ومنه: $3AG = 2AE$

أي: $AE = \frac{3AG}{2}$

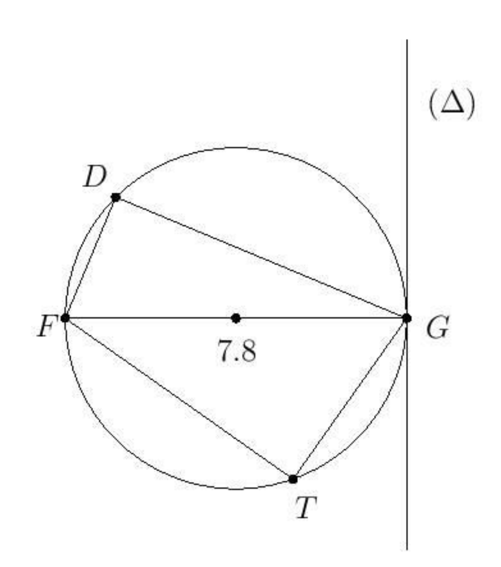
$AE = \frac{3 \times 2.4}{2} = 1.2 \times 3 = 3.6cm$

$GE = AE - AG = 3.6 - 2.4 = 1.2cm$



للعودة إلى التمرين **47**

1. الرسم:



2. إثبات أن المثلث GFD قائم :

$FG^2 = 7.8^2 = 60.84$

$DG^2 = 7.2^2 = 51.84$

$DF^2 = 3^2 = 9$

بما أن $FG^2 = DG^2 + DF^2$

فإن المثلث GFD قائم حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس

3. لرسم الدائرة المحيطة بالمثلث يكفي أن نعين منتصف $[FG]$ الدائرة المحيطة بهذا المثلث يكون $[FG]$ قطر لها.

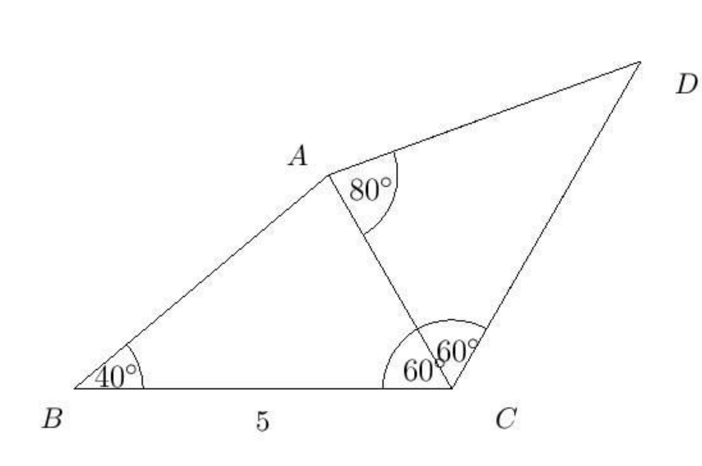
4. بما أن : $G \in (\Delta)$ و $(FG) \perp (\Delta)$
فإن: (Δ) هو مماس للدائرة (C)

5. بما أن FGT مثلث قائم وحسب خاصية فيثاغورس فإن :

$$FG^2 = TF^2 + TG^2$$
$$TF^2 = FG^2 - TG^2$$
$$TF^2 = 7.8^2 - 4.5^2$$
$$TF^2 = 60.84 - 20.45 = 40.59$$
$$TF = \sqrt{40.59} \simeq 6.37cm$$

حل التمرين رقم 48

للعودة إلى التمرين 48

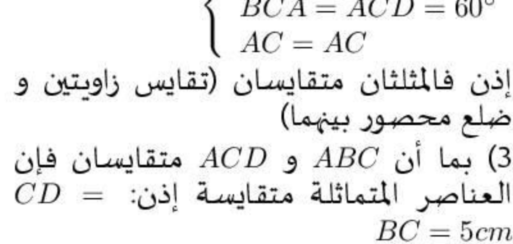


في المثلث ABC لدينا: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

أي $\widehat{A} + 40 + 60 = 180$ ومنه $\widehat{A} = 180 - 100 = 80$

إذن $\boxed{\widehat{A} = 80°}$

في المثلثين ABC و ACD لدينا:



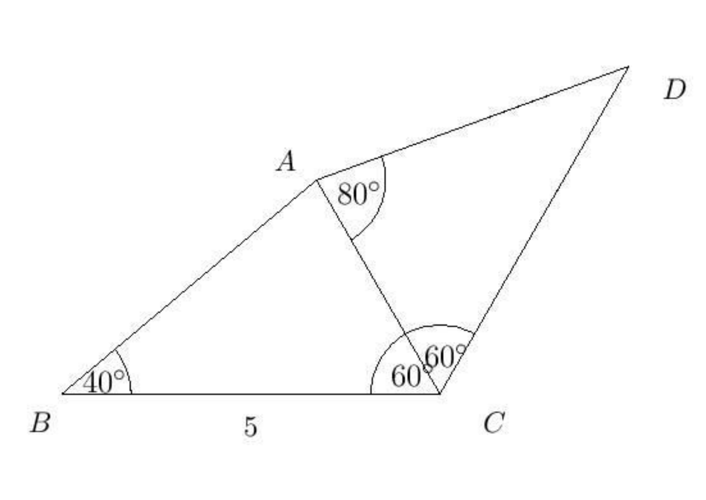
$$\begin{cases} B\widehat{A}C = C\widehat{A}D = 80° \\ B\widehat{C}A = A\widehat{C}D = 60° \\ AC = AC \end{cases}$$

إذن فالمثلثان متقايسان (تقايس زاويتين و ضلع محصور بينهما)

3) بما أن ABC و ACD متقايسان فإن العناصر المتماثلة متقايسة إذن: $CD = BC = 5cm$

حل التمرين رقم 49

للعودة إلى التمرين 49



في المثلث ABC لدينا: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

أي $\widehat{A} + 40 + 60 = 180$ ومنه $\widehat{A} = 180 - 100 = 80$

إذن $\boxed{\widehat{A} = 80°}$

في المثلثين ABC و ACD لدينا:

$$\begin{cases} B\widehat{A}C = C\widehat{A}D = 80° \\ B\widehat{C}A = A\widehat{C}D = 60° \\ AC = AC \end{cases}$$

إذن فالمثلثان متقايسان (تقايس زاويتين و ضلع محصور بينهما)

3) بما أن ABC و ACD متقايسان فإن العناصر المتماثلة متقايسة إذن: $CD = BC = 5cm$